Conf. Dr. C. IONESCU
V. DUMITRU
Ing. E. ŞTEFĂNESCU
Ing. V. POPESCU

Aplicaciones de los métodos estadístico-matemáticos en la interpretación de los resultados de las pruebas de comportamiento de los productos textiles

Con vistas a la adopción de algunas decisiones relacionadas con la introducción o no de ciertos productos textiles nuevos en la producción en serie, se están verificando, mediante diversas pruebas, las calidades de los mismos. En el presente trabajo se indican las metodologías de cálculo para pruebas de comportamiento que deben ser seguidas en el caso de los parámetros de degradación que se pueden medir, y de los parámetros de degradación que se pueden contar.

Antes de empezar a fabricar en serie artículos textiles nuevos, se verifican, mediante diversas pruebas, las calidades de los mismos. Tales pruebas se hacen corrientemente en el Instituto de Investigaciones Textiles de Bucarest, uno de los organismos que notifican .la introducción de dichos artículos en la producción industrial.

Una de las pruebas de control es la del comportamiento. Con este experimento se sigue el modo en que se comporta practicamente la resistencia de varios objetos confeccionados de tejidos, géneros de punto o de materiales obtenidos mediante tecnologías nuevas — notejidos, prensados, etc. — en dos o más variedades, en series para seleccionar el mismo volumen o volúmenes diversos. Los resultados obtenidos, expresados en "número de degradación", son elaborados con vistas a tomar una decisión en el sentido arriba mencionado. Esta decisión se toma de acuerdo con un determinado número de degradaciones, considerado necesario para sacar de la circulación el objeto investigado o mediante la comparación de los resultados de los distintos modos de investigación.

De la propia presentación del problema se desprende que al analizar los resultados de las pruebas se debe tener en cuenta el hecho de que los modelos probados son para seleccionarlos. En consecuencia, al juzgar los resultados, es necesario aplicar los métodos estadísticos tanto en lo que se refiere a la extensión de los resultados para toda la colectividad, como en lo que concierne a la determinación del significado de dichos resultados, pues en los experimentos que se hacen para cada modelo surgen factores casuales — como, por ejemplo, „el portador", el tiempo de la prueba para cada objeto, etc., la mezcla de la materia prima — cuya influencia debe ser eliminada.

Aparecen como factores constantes: los períodos iguales de uso-lavado, el medio de usarlo, procurando que sea aproximadamente el mismo, el modo de conservar los objetos y, naturalemente, el índice de la degradación para sacar del uso cada objeto.

Los parámetros de la degradación que se siguen corrientemente, se pueden clasificar en tres grupos:

a) *los parámetros de la degradación que se pueden medir, como son: la contracción surgida después del uso, después del lavado, o después del uso y el lavado, los centímetros de hilo utilizados para las reparaciones (por ejemplo en el caso de las medias), etc.*;

b) *los parámetros de la degradación que se pueden contar, como, por ejemplo, el desgaste apreciado mediante el número de agujeros en los bordes, en diversas zonas: el cuello, los puños, etc.*;

c) *los parámetros de la degradación considerados desde el punto de vista organoléptico, que constan de apreciaciones subjetivas hechas en comparación con un estandard o frente a la muestra inicial. Estas apreciaciones se hacen a través de calificativos que luego se transforman en índices numéricos convencionales.*

Seguidamente daremos ejemplos del modo de aplicación de los métodos estadísticos para apreciar correctamente los resultados de las pruebas, así como para tomar las decisiones correspondientes a cada uno de los parámetros de las tres agrupaciones.

APUNTES Y SIMBOLOS

$x_{ij}(i = 1 \ldots n_j)$ valores individuales desde $1 \ldots n_j$ por cada serie de mediciones j;
$(j = 1 \ldots k)$
n_j — número de valores aislados de la serie j;
x_j — media aritmetica de selección de la serie j;
f, f_1, f_2 — número de grados de libertad;
s_j^2 — dispersión de la serie j de mediciones;
s_j — desviación estandard de la serie j de mediciones;
m_j — valor real del promedio de la población de la cual procede la serie j;
$\overset{2}{j}$ — dispersión real de la población de la cual procede la serie j;
t — el valor de la dispersión según Student;
F — el valor de la dispersión según Snedecov;
z — valor de la dispersión habitual, según la norma;
— grado (rango) del coeficiente de correlación según Spearman.

A. INTERPRETACION DE LOS RESULTADOS DE LAS PRUEBAS DE COMPORATAMIENTO DE LOS PRODUCTOS TEXTILES EN EL CASO DE LOS PARAMETROS DE DEGRADACION QUE SE PUEDEN MEDIR.

En el caso de los parámetros que se pueden medir se han dado interpretaciones estadístico-matemáticas para las deformaciones surgidas en objetos después de ser usados, medidos antes y después de lavarlos, — entre otras cosas se ha experimentado una chaqueta de señora.

Se han experimentado cuatro modelos de medidas distintas, anotadas con: v_0, v_1, v_2, v_3. Los objetos (chaquetas) de cada modelo fueron confec-

cionados de géneros de punto de hilos que contenían el 100% de fibras poliacrilnitrílicas. La diferencia entre los modelos reside en el número de torsiones que se han dado a los hilos antes de ser utilizados para confecciones de géneros de punto. Las chaquetas del modelo v_0 han sido hechas de cuatro hilos dobles, con un grosor de 28 tex $\times$ 2; los otros modelos han sido confeccionados con hilos briscados, también con un grosor de 28 tex $\times$ 2 pero con un número distinto de torsiones, o sea, de 60 a 140 torsiones por metro. Todas las prendas han sido medidas antes de ser entregadas para ser utilizadas practicamente, así como durante el uso — antes y después de ser lavados — en el sentido de las hileras y las vueltas de los puntos.

Al interrumpir los experimentos, después de un determinado número de períodos de uso, se ha obtenido el siguiente cuadro de resultados, para uno de los modelos, que contiene deformaciones $\pm$ expresadas en centímetros en comparación con la dimensión inicial de los objetos de cada modelo:

Modelo	Antes de ser lavado				Después de ser lavado			
No. de objetos que se experimentan	v_0	v_1	v_2	v_3	v_0	v_1	v_2	v_3
1	−3	−1	−2	−2	−4	−1	−3	−2
2	−2	−3	−2	−3	−2	−2	−2	−3
3	1	0	−2	−2	−1	0	−1	−3
4	−2	−1	−1	−1	−3	0	−2	−1
5	−4	−3	0	−1	0	−1	−1	2
6	−1	−4	−2	−1	−4	−2	−1	0
7	—	−1	−1	—	—	−1	−1	—
8	—	—	—0	—	—	—	−1	—
Notas	x_{i_0}	x_{i_1}	x_{i_2}	x_{i_3}	y_{i_0}	y_i	y_{i_2}	y_{i_3}
$\bar{x}_j = \frac{\sum_i x_{ij}}{n_j}$	−1,83	−1,85	−1,25	−1,3	−2,33	−1	−1,50	−1,2
$s_j^2 = \frac{\sum_i (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}{n_j - 1}$	1,52	2,15	0,79	0,82	2,66	0,66	0,57	1,85

El modelo φ_0 contiene objetos de producción corríente; los demás modelos son objetos nuevos sobre los cuales debe decidirse si es oportuno empezar a producirlos en serie. Para esto, entre otras características, se sigue también la de la deformación en las hileras, deformación que, por lo general, no debe ser myor que la del modelo que actualmente se está fabricando corrientemente.

Decimos que un modelo es mejor que otro en cuanto a sus características investigadas, si el promedio de las deformaciones es menor que el del modelo con que se compara. De manera absoluta los modelos son tanto mejores cuanto el promedio de las deformaciones consideradas en su valor absoluto, se acerca más a cero.

Con arreglo a este criterio se puede considerar que el modelo φ_2 es mejor que los demás, antes de ser lavdo, y el modelo φ_1, después de ser lavado, dado que estos modelos presentan el menor promedio de deformaciones. Si tenemos en cuenta que estos promedios de deformaciones sirven para la selección, entonces la afirmación hecha de manera relativa en cuanto a los modelos φ_1 *y* φ_2 sólo se puede sostener después de haber señalado que estos promedios difieren ciertamente entre sí desde el punto de vista estadístico, pues estos valores pueden ser distintos debido a la influencia de factores esenciales (el hecho de que en el φ_0 los hilos han sido doblados, mientras en los otros modelos han sido briscados, así como el número distinto de torsiones, etc.), pero también pueden ser distintos debido a la influencia de los factores casuales (la persona que lo usa, el período de prueba para cada objeto, etc.), factores, cuya influencia debe ser eliminada.

A fin de establecer resultados estadísticos veraces, se puede utilizar el análisis dispersional.

Como se sabe, [1] el análisis dispersional, facilita un criterio, el llamado criterio F, con cuya ayuda se puede verificar la siguiente hipótesis:

$$m_1 = m_2 \ldots m_k$$

en la que m_i indica los promedios de las colectividades (de los modelos) φ_k.

Para esto, se calcula la relación

$$F_{f1,\,f2} = \frac{s_2^2}{s_1^2} \tag{1}$$

en que

$$s_2^2 = \frac{\sum_{j=1}^{k} n_j(\bar{x}_j - \bar{x})^2}{k-1}, \quad f_2 = k - 1 \tag{2}$$

$$s_1^2 = \frac{\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j}(x_{ij} - \bar{x}_j)^2}{\sum_{j=1}^{k} n_j - k}, \quad f_1 = \sum_{j=1}^{k} n_j - k \tag{3}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}}{\sum_{j=1}^{k} n_j} = \frac{\sum_{j=1}^{k} n_j\,\bar{x}_j}{\sum_{j=1}^{k} n_j} \tag{4}$$

Para calcular los numeradores de las expresiones (2) y (3) se utilisan las formulas que se deducen en seguida:

$$\sum_{j=1}^{k} n_j (\bar{x}_j - \bar{x})^2 = \sum_{j=1}^{k} \frac{\left[\sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}\right]^2}{n_j} = \frac{\left[\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}\right]^2}{\sum_{j=1}^{k} n_j} \tag{5}$$

$$\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x})^2 = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}^2 - \sum_{j=1}^{k} \frac{\left[\sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}\right]^2}{n_j} \tag{6}$$

Si la relación (1) calculada sobre la base de los datos de la investigación es mayor que el valor del cuadro de la relación F_{f_1, f_2, q_1} que corresponde al nivel de significado $q_1 = 0{,}05$, o sea a la probabilidad $P = 1 - \frac{q_1}{2} = 0{,}975$, la hipotesis $m_1 = m_2 = \ldots = m_k$ se rechaza y el resultado se interpreta en el sentido de que por lo menos un promedio $\bar{x}_{j_0}$ difiere de los otros, desde el punto de vista significativo.

En caso de que la relación (1) sea menor que el valor del cuadro, se considera que los promedios $\bar{x}_j$ no son distintos entre sí desde el punto de vista significativo, que las diferencias se deben a unos factores casuales y que por supuesto los modelos tienen comportamientos idénticos en las pruebas de uso.

En el caso de que se haya establecido que los promedios de selección no son estimaciones de la misma media, se puede proceder de dos maneras para ver cuál de ellos difiere:

a) se elimina la selección a la que le corresponde la media de mayor desviación respecto a la media de la colectividad $\bar{x}$, y se hace el análisis dispersional sobre la base de los datos facilitados por las selecciones que quedan, volviéndose a repetir el procedimiento;

b) para determinar el significado de los resultados $\bar{x}_h$, $\bar{x}_e$ se aplica el criterio t. Para esto es necesario calcular la relación

$$t = \frac{\bar{x}_h - \bar{x}_e}{\sqrt{\frac{s_h^2}{n_h} + \frac{s_e^2}{n_e}}} \tag{7}$$

Si esta relación es mayor que el valor del cuadro de la distribución Student, que corresponde a la probabilidad $P = 0{,}995$ y al número de los grados de libertad $f^* = \frac{1}{\frac{c^2}{f_1} + \frac{(1-c)^2}{f_2}}$ donde $c = \frac{\frac{s_1^2}{n_1}}{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$, se considera que los resultados son ciertamente distintos entre sí desde el punto de vista estadístico; si el valor calculado es menor que el valor del cuadro correspondiente a la probabilidad de 0,975, se considera que los dos promedios no son distintos entre sí desde el punto de vista del significado.

* $f_1 = n_1 - 1$, $f_2 = n_2 - 1$

En caso de que el valor calculado se halle entre estos dos valores del cuadro, no se puede sacar una conclusión y se efectua una nueva selección.

La aplicación del análisis dispersional se basa en determinadas premisas que deben ser verificadas [2]:

1) la distribución de los datos para la selección debe ser normal. Esto se verifica con ayuda del criterio 2 [1] o con la del criterio de Kolmogorov;

2) los datos para la selección deben ser homogéneos en cuanto a las dispersiones. Esto se verifica con ayuda del criterio t o F;

3) los datos para la selección deben ser independientes.

En caso de que las dispersiones sean homogéneas, para verificar la hipótesis $\bar{x}_h$ $\bar{x}_e$ el criterio t aparece simplificado:

$$t = \frac{\bar{x}_h - \bar{x}_e}{s\sqrt{\frac{1}{n_h} + \frac{1}{n_e}}} \tag{8}$$

donde

$$s = \sqrt{\frac{f_h s_h^2 + f_e s_e^2}{f_h + f_e}} \tag{9}$$

$$f_h = n_h - 1 \quad f_e = n_e - 1$$

el valor t que tiene una distribución Student con $f_h + f_e = n_h + n_e - 2$ grados de libertad.

B. INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS DE LAS PRUEBAS DE USO DE LOS PRODUCTOS TEXTILES EN EL CASO DE LOS PARAMETROS DE DEGRADACIÓN QUE SE PUEDEN CONTAR

En una prueba de camisas de hombre se ha verificado la resistencia de la popelina con que han sido confeccionadas. El modelo v_1 ha sido hecho de tela de algodón 100%, el modelo V_2 ha sido confeccionado de tela de algodón 50% y 50% de fibra polinósica.

De cada modelo se han investigado 10 objetos, en 25 períodos de uso. La resistencia del material ha sido considerada según el número de agujeros — de 8—10 mm — al final de la prueba.

Después de terminados todos los períodos de uso, se ha obtenido la siguiente situación:

Objeto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	No. total de degradaciones
v_1	9	22	11	17	6	24	13	23	24	24	173
v_2	26	20	30	6	28	27	20	30	15	27	229

Se puede decir que el modelo v_1, que al terminar la prueba presenta sólamente 173 degradaciones es mejor, comparativamente, que el modelo v_2 que presenta 229, y por consiguiente se puede tomar la decisión de fabricar el modelo v_1.

Para poder tomar una decisión en este caso, se puede aplicar el siguiente criterio de significación sobre la diferencia estadística cierta del número total de degradaciones entre modelos:

Se calcula (4):

$$z = \frac{n_2 x_1 - n_1 x_2}{n_1 n_2 (x_1 + x_2)}$$

donde

x_i — número total de degradaciones, obtenido como suma de degradaciones aparecidas en todos los períodos de uso del modelo v_i;

n_i — suma de todos los objetos probados en cada período de uso para el modelo v_i.

Evidentemente, en el caso de que $n_1 = n_2$, como occurre en nuestro ejemplo, la formula del criterio de apreciación se simplifica y se convierte en

$$n = \frac{x_1 - x_2}{x_1 + x_2}$$

Si z calculado es mayor que $z = 1{,}96$ del cuadro, entonces se admite con una seguridad estadística del 95%, que la diferencia entre x_1 y x_2 es cierta y que, por lo tanto, las tecnologías han influenciado sobre la calidad. En caso de que z=1,96 se saca la conclusión de que los dos valores x_1 y x_2 no son ciertos estadisticamente.

En nuestro caso

$$z = \frac{229 - 173}{229 + 173} = \frac{56}{402} \quad \frac{56}{20} \; 2{,}8$$

$z = 2{,}8$ 1,96 y por lo tanto se puede afirmar que el modelo v_1 confeccionado de tela de algodón 100% es mejor, desde el punto de vista de la prueba de uso, relativa a los parametros que se pueden contar, que el modelo v_2 hecho de 50% de algodón y 50% de fibra polinósica.

Para poder aplicar este test de verificación es necesario que los resultados obtenidos a través de la numeración, correspondan por lo menos aproximadamente a la distribución Poisson, y que $x_i = 10$. Para verificar si la ley de distribución del número de degradaciones es una ley Poisson, se puede utilizar el test (5).

C. LOS PARÁMETROS DE LA DEGRADACIÓN APRECIADOS ORGANOLÉPTICAMENTE

Determinados aspectos de la calidad de los productos textiles no pueden ser precisados por medición o numeración, sino que son apreciados por diversas personas, mediante calificativos que luego se transforman en índices numéricos convencionales. Se obtiene así una clasificación gradual de los modelos investigados. Está claro que estas clasificaciones son subjetivas. En caso de que resulten dos clasificaciones distintas para los modelos investigados, se plantea el problema de investigar si entre las dos clasificaciones existe una diferencia estadística cierta, en cuyo caso significa que los dos

opinantes no comparten el mismo punto de vista sobre la calidad, o que uno de ellos no tiene la competencia necesaria para esto; también se puede deducir que entre las dos clasificaciones existe una correlación positiva y que no son distintas ciertamente desde el punto de vista estadístico. Para solucionar este problema se utiliza „la correlación de los rangos" (3) y se calcula el coeficiente de Spearman

$$\rho = 1 - \frac{6\sum_i d_i^2}{n(n^2-1)}$$

o el coeficiente de Kendall

$$\rho = \frac{2(P - \emptyset)}{n(n-1)}$$

No insistimos sobre la manera de trabajo en este caso, porque ha sido abordado en otro artículo. [6]

BIBLIOGRAFIA

1. Rancu N. y Tövissi L., *„Estadística matemática con aplicaciones en la producción"*, Editorial de la Academia, 1963.
2. Milla C. F., *„Estadistical Methods"*. Columbia University, Third Edition, Nueva York, II tomo.
3. Mihoc Gh. y Urseanu V. *„Matemáticas aplicadas en la estadística"* Editorial de la Academia, 1962.
4. Klema L., Richl H., Siegel H., Troll W., *„Statistische Kontroll Methoden in der Textil Industrie"*, V.E.B. Fachbuchverlag, Leipzig 1964, p. 112.
5. Miháilá N., *„Introducción a la teoría de las probabilidades y la estadística matemática"*, Editorial Didactica y Pedagogía, Bucarest, 1965, p. 311.
6. Tövissi L., Rancu N., Stoian E., Băetoniu P., *„Nuevos métodos de interpretación estadístico-matemática de los resultados de la investigación organoléptica de la calidad de los tejidos"*. Informe presentado en la sesión científica del Centro de Cálculo Económico y Cibernetica Económica. Bucarest, febrero de 1966.

STATISTICO-MATHEMATICAL METHODS IN THE INTERPRETATION OF TEST RESULTS IN TEXTILE PRODUCT BEHAVIOUR

Before introducing in mass production new textile products, their qualities are controlled by various tests. One of these tests is the wearing test. The results obtained by this test given in number of degradations are worked up in view of taking measures concerning the introduction or non-introduction of these products in mass production. Since in these tests are on trial objects of a selection of some variants, in the interpretation of the results one must utilize the statistical methods in order to determinate their significance.

In the paper are presented the calculations methodologies to be applied in the case of degradations parameters which may be measured, of parametres which may be numbered and of the degradations parameters which are to be estimated by our bodily faculties of perception. These methodologies are based upon the scatterations analysis methods and the utilization of the trial criteria of the verification of the known statiscal hypothesis : criterion F, χ^2, t, z, etc.

APPLICATIONS DES MÉTHODES STATISTIQUES ET MATHÉMATIQUES Á L'INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS OBTENU DANS LES ÉPREUVES DE COMPORTEMENT DES PRODUITS TEXTILES

Avant d'introduire dans la production en série des nouveaux produits textiles, les qualités sont vérifiées par differentes épreuves. Une de ces épreuves est l'épreuve par l'usage. Les résultats obtenus dans cette épreuve, exprimées par nombre de dégradations, sont étudiés afin de prendre les décisions concernant l'introduction ou non de ces produits dans la production en série. Parceque ces épreuves sont effectuées sur des objets de sélection de quelques variantes, dans interprétation des résultats doivent être utilisées les méthodes statistiques de détermination des significations de ces résultats.

Dans l'ouvrage sont exposées les méthodologies de calcul qui doivent être appliquées dans le cas des paramétres de dégradation qui peuvent être mésurés, des paramétres qui peuvent être comptés et des paramétres de la dégradation estimés á l'aide des facultés corporelles de perception. Ces méthodologies sont basées sur les méthodes de l'analyse dispersionnelle et l'utilisation des criteriums de vérification des hypothéses statistiques connues : le critérium F, $\varkappa^2$, t, z, etc.

ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИКО-МАТЕМАТЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПРИ ТОЛКОВАНИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИСПЫТАНИЙ ТЕКСТИЛЬНЫХ ИЗДЕЛИЙ НА НОСКУ

До запуска новых текстильных изделий в серийное производство их свойства проверяются путем различных испытаний. Одним из этих испытаний является испытание на носку. Получаемые при испытании результаты, выражаемые «числом деградаций», перерабатываются в целях принятия решений о запуске этих изделий в серийное производство. Поскольку указанные испытания производятся в отношении предметов выбора отдельных вариантов, при толковании результатов необходимо применять статистические методы определения значений этих результатов.

В статье приводятся методики расчета, подлежащие применению в случае параметров деградации, которые можно измерять или подсчитывать, и параметров деградации, определяемых в результате органолептических оценок. Эти методики основываются на методах дисперсионного анализа и применения критериев проверки известных статистических предположений — критериев F, $\varkappa^2$, t, z, и т. д.