Maître de conf. RADU MĂNESCU
M. ANASTASESCU
M. ALTĂR
B. COMISIONERU
Maître de conf. D. GRINDEA
L. IONESCU
I. MEASNICOV
A. TRANDAFIR

Un modèle mathématique des relations monétaires dans l'économie

Cette étude présente un modèle mathématique reflétant tous les flux monétaires dans l'économie, modèle devant supplémenter les informations actuelles servant à l'élaboration et à l'analyse du plan financier centralisé. A la base de ce modèle mathématique se trouve une balance-carrée comprenant cinq balances partielles Chaque élément d'une balance partielle correspond à un élément d'une autre balance partielle.

Le développement constant de notre économie nationale exige l'amélioration des méthodes de direction et de planification du procès de reproduction dans toutes ses étapes : production, répartition, circulation et consommation. Au cours de ses travaux, le IX-ème Congrès du Parti Communiste Roumain a insisté sur cet aspect et a souligné la nécessité d'une amélioration continue des formes et des méthodes de direction et de planification dans l'économie.

Dans le socialisme, le mode d'emploi optimum des ressources propres permettant d'atteindre des buts fixés d'avance est obtenu à l'aide du plan de l'économie nationale. Pour ce faire, il faut qu'il existe une corrélation très serrée entre toutes les sections du plan, tant au point de vue matériel qu'à celui de l'expression monétaire. L'expression monétaire des charges du plan se reflète partiellement dans le système de la planification financière.

Vu l'importance de la planification financière, on a pu observer au cours de ces dernières années, l'intérêt croissant de la littérature de spécialité pour le modelage mathématique de certains aspects dans ce domaine.

Partant de ces préoccupations, nous nous sommes tout d'abord proposé d'élaborer un modèle mathématique des relations financières dans l'économie basé sur le schéma du plan financier centralisé. Toutefois, abordant le problème d'une façon concrète, on a observé que l'étude des flux financiers

dans l'économie, à l'aide de méthodes mathématiques, ne peut être réalisée sans inclure l'ensemble des flux monétaires. Pour cette raison, nous avons élargi le contenu initial du thème par l'étude des possibilités de modelage mathématique des flux monétaires dans l'économie.

L'étude des connexions entre les branches de l'économie nationale a mis en évidence, depuis longtemps, les vastes possibilités d'application des méthodes mathématiques. Comme l'on sait, l'emploi de la balance des connexions entre les branches permet de mettre en évidence beaucoup plus clairement les relations d'interdépendance et de conditionnement existant entre les diverses branches de l'économie et leur expression en language mathématique, après les remaniements correspondants; permet d'obtenir une série d'informations de caractère économique que l'on n'aurait pu obtenir autrement. Dans ce sens, nous nous contenterons de rappeler un seul exemple, des plus élémentaires, celui de la détermination des coefficients des consommations totales par l'inversion de la matrice des coefficients des consommations directes. L'utilité de cette information fournie par le calcul mathématique pour le travail de planification, est encore plus évidente si nous rappelons que les coefficients des consommations totales, pour certains produits, sont dix fois plus élevés que les coefficients des consommations directes. Ainsi, d'après les données de la balance des connexions entre branches, en expression naturelle, établie en Union Soviétique en 1959, une tonne de fonte comprend 29 kg de charbon (consommation directe), alors que la consommation totale, réalisée par l'intermédiaire de toutes les autres branches de l'économie, est de 1412 kg, soit 49 fois plus élevée. Il en résulte que si nous voulons planifier une augmentation de 1 000 tonnes dans la production de la fonte, la production de charbon devra augmenter de 1412 tonnes et non de 29 tonnes.

On peut également donner un exemple semblable dans le domaine de l'étude des relations monétaires où l'emploi de la balance des connexions entre branches permet de dépister les influences en chaîne entre les branches de l'économie nationale (industrie, agriculture, transport) ou à l'intérieur de chaque branche (par exemple, entre les sous-branches de l'industrie) par l'emploi planifié des écarts de prix par rapport aux dépenses sociales de production, conformément aux lignes générales du développement harmonieux du complexe économique. Comme on le sait, et tout comme dans l'exemple précédent avec le charbon et la fonte, les écarts à l'intérieur d'une branche peuvent influencer directement, dans une mesure restreinte, le niveau des accumulations dans une autre branche; toutefois, cette influence devient beaucoup plus sensible à la suite des répercussions en chaîne par l'intermède des autres branches

De tels problèmes concernant les relations monétaires et financières dans l'économie peuvent être étudiés à l'aide de la balance des connexions entre branches. Vu que leur étude présente un intérêt tout particulier, ces problèmes seront abordés dans le cadre du Centre de Calcul Economique et de Cybernéthique Economique de Bucarest.

Dans l'étape présente, nous nous sommes proposé d'élaborer une première variante du modèle mathématique des relations monétaires dans l'économie. A notre avis, ce modèle, amélioré au fur et à mesure, peut ser-

vir comme instrument d'analyse pour les corrélations existant entre les plans financiers et économiques. En même temps, ce modèle, comprenant presque tous les flux monétaires dans l'économie, permettra une analyse plus complexe du procès de répartition et de rédistribution du revenu national.

Ce modèle ne se propose pas de remplacer le systéme actuel de planification financière dont le perfectionnement se développe d'une façon soutenue, mais de fournir des informations supplémentaires tant pour l'élaboration des plans financiers que pour une analyse plus approfondie de ces plans. Il servira à refléter certains phénomènes et corrélations particulièrement importants de l'économie, comme par exemple :

a) Reflet des flux monétaires entre les unités de la sphère de production matérielle, unités de la sphère improductive, système financier, population et „l'étranger".

b) Confrontation des ressources de la sphère de production matérielle en provenance du système financier et des ressources que la dite sphère met à la disposition du système financier.

c) Influence de la modification de la répartition du bénéfice, du changement des cotes d'impôt sur la circulation des marchandises, des cotes d'amortissement, etc. sur l'importance des flux monétaires dans l'économie, etc.

L'énonciation des objectifs pouvant être atteints n'est certes pas limitative. Dans une étape ultérieure le modèle pourrait devenir un instrument actif dans la politique de planification de l'économie nationale.

C'est ainsi que, connaissant le volume des fonds de production des entreprises, les stocks existant au commencement de l'année, les sommes comprises dans les comptes de décomptes, le volume des disponibilités monétaires de la population, la structure de la balance des paiements externes, etc., on pourra établir — par la transformation de ce modèle en un modèle de programmation mathématique — le mode d'élaboration optimum des plans financiers *).

Dans ces conditions, il faudra résoudre toute une série d'autres problèmes connexes comme : structure et dynamique des dépenses monétaires de la population, évolution des dépôts à la Caisse d'Epargne et Consignations, des crédits bancaires, tendances de l'évolution du solde des réserves valutaires, etc.

Pour l'élaboration du thème qu'il s'était proposé d'étudier, le collectif a compulsé littérature et expérience — assez réduites dans ce domaine — pour fixer les principaux problèmes théoretiques et méthodologiques devant être résolus et ceux pour lesquels il devait préciser son point de vue.

Les conclusions théorético-méthodologiques auxquelles le collectif est arrivé ont été soumises aux discussions d'un large cercle de spécialistes de diverses institutions centrales d'état et d'instituts de recherches à la suite de quoi et en base du supplément d'informations, on a procédé à l'élaboration du modèle mathèmatique des relations monétaires dans l'économie.

Pour l'élaboration de notre modèle nous avons employé une méthode similaire à celle des „approximations successives" autrement dit nous avons tout d'abord établi un modèle de base théorétique englobant les rela-

*) Le critérium d'optimalité constitue un autre problème que nous ne discutons pas dans le cadre de cet ouvrage.

tions et les proportions les plus importantes des phénomènes et des procès économico-financiers de notre pays.

Dans ce qui suit nous exposerons quelques aspects principaux de sa conception théorétique du modèle mathématique des relations monétaires dans l'économie et aussi du modèle mathématique des flux monétaires intervenant entre les chaînons du système financier; leur explication détaillée ainsi que les résultats obtenus par expérimentation seront exposés dans des travaux futurs.

1. MODÈLE MATHÉMATIQUE DES RELATIONS MONÉTAIRES DANS L'ÉCONOMIE

Comme l'on sait, le modèle mathématique d'un phénomène économique est obtenu par la transcription, en language mathématique, des traits essentiels du phénomène étudié.

Du point de vue formel, le modèle comprend les éléments suivants :

1. Les variables du problème;
2. La matrice des coefficients exprimant l'intensité de l'influence d'une variable sur l'importance des autres variables;
3. Les relations et équations reliant les variables du problème. Ces relations se déduisent surtout des considérants d'ordre économico-financier.

Nous proposons que le modèle mathématique des relations monétaires dans l'économie ait la structure exposée dans le Tableau 1. La balance-échecs du Tableau 1 met en évidence les flux monétaires entre la sphère de production matérielle, le système financier, les unités de la sphère improductive, la population et l'étranger. Elle a 5 parties importantes — nommées balances partielles — ayant des fonctions et des rôles différents mais devant être fondues en un seul tout : le modèle mathématique des relations monétaires dans l'économie. Nous donnons ci-dessous, d'une façon succinte, le contenu de chaque balance partielle.

I. LA PREMIÈRE BALANCE PARTIELLE EST ÉLABORÉE SUR LA BASE DES BALANCE DE REVENUS ET DÉPENSES DES ENTREPRISES DANS LA SPHÈRE DE PRODUCTION MATÉRIELLE

Pour les besoins de l'analyse économico-financière, la sphère de production matérielle s'applique aux formes de propriété et aux branches de l'économie nationale. Par formes de propriété nous entendons les unités socialistes d'état et les unités socialistes coopératrices (dans les unités coopératives de l'agriculture on inclut les flux monétaires résultant du plan de production et du plan financier). Les unités individuelles de la sphère de production matérielle n'ont pas été inclues dans le tableau étant donné leur poids réduit dans notre économie. Concernant la structure par branches de l'économie nationale, dans le modèle traduit en chiffres, élaboré en base des données d'exècution pour l'année 1965, les unités d'état aussi bien que les unités socialistes de cooperatives ont été défalquées par industrie, construction, agriculture, sylviculture, transports, télécommunications, circulation des marchandises et autres branches de l'économie nationale. Le groupement par branches permet une analyse beaucoup plus détaillée des phénomènes étudiés.

Tableau 1

DÉPENSES \ REVENUS				I Sphère production matérielle		II Système financier				III	IV	V	TOTAL
				Balance revenus dépenses entreprises d'Etat *	Balance revenus-dépenses unités * coopératives	Plan du Budget d'Etat	Plan des crédits	Plan encouragement versements à la Caisse d'Epargne	Plan financier assurances sur biens et personnes	Plan revenus et dépenses des unités improductives	Balance revenus et dépenses monetaires de la population	Balance des payments externes	
				1	2	3	4	5	6	7	8	9	
I	Sphère production matérielle	Balance revenus-dépenses des Entreprises d'Etat *	1	A		X_{13}	X_{14}			X_{17}	X_{18}	X_{19}	X_1
		Balance revenus — dépenses des Unités Coopératives *	2			X_{23}	X_{24}		X_{26}	X_{27}	X_{28}	X_{29}	X_2
II	Système financier	Plan du budget d'Etat	3	X_{31}	X_{32}		X_{34}	X_{35}	X_{36}	X_{37}		X_{39}	X_3
		Plan des crédits	4	X_{41}	X_{42}	X_{43}		X_{45}			X_{48}		X_4
		Plan encouragement versements à la Caisse d'Epargne	5			X_{53}	X_{54}	E	X_{56}		X_{58}		X_5
		Plan financier assurances sur les biens et personnes	6		X_{62}	X_{63}		X_{65}			X_{68}	X_{69}	X_6
III	Plans des revenus-dépenses des unités improductives *		7	X_{71}	X_{72}	X_{73}				X_{77}	X_{78}	X_{79}	X_7
IV	Balance revenus-dépenses monetaires de la population		8	X_{81}	X_{82}	X_{83}	X_{84}	X_{85}	X_{86}	X_{87}		X_{89}	X_8
V	Balance des payments externes		9	X_{91}	X_{92}	X_{93}			X_{96}	X_{97}	X_{98}		X_9

D

B

C

*) avec défalcation par branches des composantes

Les lignes et les colonnes correspondant à la sphère de production matérielle (lignes et colonnes 1 et 2) montrent les flux monétaires dans le cadre de cette sphère et aussi ceux ayant lieu entre cette sphère et les chaînons du système financier, les unités de la sphère improductive, la population et l'étranger.

Dans les lignes 1 et 2 du tableau on peut lire la structure des dépenses apparaissant dans les balances respectives des entreprises, et dans les colonnes, la structure des revenus de ces dernières.

En base des détails de chaque position de la balance 1 on peut mettre en évidence la participation de chaque branche de la sphère de production matérielle au procès de création et de repartition du produit social et du revenu national. La place ne nous permettant pas de rendre tous les détails, nous prendrons comme exemple la défalcation de la variable X_{13} — paiements des unités d'état de la sphère de production matérielle au budget d'état.

X_{13}^{1} — impôt sur la circulation des marchandises;
X_{13}^{2} — cote-part sur les bénéfices
X_{13}^{3} — revenus du commerce extérieur;
X_{13}^{4} — revenus des stations de machines et tracteurs
X_{13}^{5} — versements provenant du surplus et de l'excédent sur les moyens circulants;
X_{13}^{6} — taxes et revenus divers;
X_{13}^{7} — solde et surplus des sources d'investissements et autres versements au budget d'état de la part des entreprises et organisations économiques;
X_{13}^{8} — revenu sylvique;
X_{13}^{9} — encaissements sur la réevaluation des stocks de marchandises et de matériel;
X_{13}^{10} — revenus des unités productives, financées suivant des plans de dépenses;
X_{13}^{11} — contributions aux assurances sociales d'état.

Nous devons mentionner que, pour le moment, le phénomène de redistribution du revenu national par l'intermédiaire des prix, phénomène influençant les proportions de l'économie, n'est pas mis en évidence d'une façon très distincte dans le cadre de ce modèle. Dans cette étape de l'élaboration du modèle, nous considérerons comme constants deux instruments importants de la répartition du revenu national : les salaires et les prix.

II. LA DEUXIÈME BALANCE PARTIELLE EST ÉLABORÉE EN BASE DES PLANS DES CHAÎNONS DU SYSTÈME FINANCIER INDIQUÉS CI-DESSOUS :

— *plan du budget d'état*;
— *plan des crédits*;
— *plan d'encouragement pour le versement des économies monétaires de la population à la Caisse d'Epargnes et de Consignations*;
— *plan financier des assurances sur les biens et les personnes.*

Dans les lignes et les colonnes 3—6 apparaissent les relations financières entre les chaînons du système financier ainsi que les flux financiers entre ces derniers et la sphère de production matérielle, les unités de la sphère improductive, la population et l'étranger.

Dans les lignes 3—6 du Tableau 1, on peut lire la structure des dépenses de plan respectifs, et dans les colonnes, la structure des revenus.

Pour illustrer les détails de ce cas, prenons la variable X_{37} — paiements du budget d'état aux unités d'état dans la sphère de production matérielle. Dans le cadre de ces paiements, nous distinguerons :

X_{37}^{1} — dépenses pour le financement des investissements ;
X_{37}^{3} — dépenses pour actions sociales-culturelles (enseignement, santé, culture physique et sport, science, culture),

dont :

X_{27}^{21} — salaires, primes et autres droits monétaires payés aux salariés
X_{37}^{22} — contributions sur les salaires
X_{37}^{23} — bourses, aide de l'état aux enfants et autres ;
X_{37}^{24} — autres paiements
X_{37}^{3} — dépenses pour la défense

dont :

X_{37}^{31} — salaires et autres droits monétaires
X_{37}^{32} — contributions sur les salaires
X_{37}^{33} — autres paiements
X_{37}^{4} — dépenses pour l'entretien des organes judiciaires et du parquet,

dont :

X_{37}^{41} — salaires, primes et autres droits monétaires ;
X_{37}^{42} — contributions sur les salaires ;
X_{37}^{43} — autres paiements
X_{37}^{5} — dépenses pour l'entretien des organes du pouvoir et de l'administration d'état

dont :

X_{37}^{51} — salaires, primes et autres droits monétaires
X_{37}^{52} — contributions sur les salaires
X_{37}^{53} — autres paiements
X_{37}^{53} — autres paiements du budget d'état dans la sphère productive

III. LA TROISIÈME BALANCE PARTIELLE DU MODÈLE EST ÉLABORÉE EN BASE DES PLANS DES REVENUS ET CEUX DES DÉPENSES DES UNITÉS DE LA SPHÈRE IMPRODUCTIVE.

La ligne 7 du Tableau 1 reflète tout ce qui va des unités de la sphère improductive vers les autres parties du modèle et la septième colonne reflète tout ce que celles-ci reçoivent.

Dans le cadre du modèle en chiffres, cette sphère a été, elle aussi, détaillée par branches, soit : enseignement, culture et art ; science et activité scientifique ; protection de la santé, assistence sociale et culture physique ; institutions financières et d'assurances ; administration, organisations politiques et sociales ; administration communale et des logements ; autres prestations de services improductives.

IV. LA QUATRIÈME BALANCE PARTIELLE DU MODÈLE EST ÉLABORÉE EN BASE DE -LA BALANCE DES REVENUS ET DES DÉPENSES MONÈTAIRES DE LA POPULATION.

La colonne 8 du Tableau reflète la structure des revenus de la population et la ligne 8, la structure des dépenses de cette dernière. Les dépenses monétaires de la population, dans la sphére de production matérielle (X_{81} et X_{82}), sont défalquées en dépenses pour achats de marchandises (X^1_{81}, X^1_{82}) et en dépenses pour le paiement des services productifs (X^2_{81} X^2_{82}). Les paiements de la population au budget d'état (X_{83}) sont défalqués en impôts sur les salaires (X^1_{83}) et en autres paiements au budget d'état (X^2_{83}).

Afin d'éviter certaines enregistrements en double, on a laissé de côté les flux monétaires entre diverses catégories de la population (en liaison avec la partie B de la balance des revenus et des dépenses monétaires de la population). De toute façon ces flux tendent à diminuer et leur poids est très réduit.

V. LA CINQUIÈME ET DERNIÈRE BALANCE PARTIELLE DU MODÈLE EST ÉLABORÉE EN BASE DE LA BALANCE DES PAIEMENTS EXTERNES

La ligne 9 du Tableau 1 met en évidence les paiements externes de toutes les parties du modèle et la colonne 9, tout ce que chaque partie reçoit de l'étranger.

Quoique le modèle proposé soit construit en base des plans et balances financiers établis actuellement, les besoins d'une analyse détaillée exigent, pour son élaboration concrète, une série de modifications de ces plans et balances :

a) Tout d'abord, on préconise d'inscrire, dans le modèle, le total des relations monétaires (brutes) et de n'inscrire leur solde que lá où il n'est pas possible de faire autrement. A cause de ceci, les données du modéle différeront, pour certaines positions, des données du plan financier centralisé et autres balances financières. L'enrégistrement du total de certaines relations monétaires permet de refléter plus complètement les flux monétaires de l'économie nationale, phénomène particulièrement important pour l'analyse du procès de reproduction, mais qui n'a pas été complètement étudié jusqu'à présent.

b) Afin de conserver l'unité de conception dans l'élaboration du modèle, certains flux monétaires n'ont pas été mis en évidence d'une façon distincte, mais peuvent être déduits des variables du modèle. Par exemple, quoique le fond d'investissements ne soit pas séparément mis en évidence dans le Tableau, il peut être déterminé par les variables correspondant au plan du budget d'état et à la balance des revenus et dépenses monétaires des entreprises d'état dans la sphère de production matérielle (déduisant des amortissements la partie allant aux réparations capitales).

Mentionnons, de même, que dans le cadre du modèle, la plupart des flux monétaires sont indiqués comme allant directement du payeur au receveur, alors qu'une part importante de ces flux s'effectue par l'intermediaire du système bancaire.

Nous devons mentionner que la facon de dresser la balance carrée du Tableau 1 permet de mettre séparément en évidence les relations monétaires

à caractère financier de celles qui ne le sont pas. Ainsi, dans les quatre coins du Tableau 1 (*A.B.C.D.*) apparaissent les relations monétaires, sans caractère financier, qui se produisent dans la sphère de production matérielle, entre cette dernière et les unités de la sphère improductive, la population et l'étranger et aussi les relations monétaires entre les unités de la sphère improductive, la population et l'étranger.

Le centre du Tableau 1 montre la matrice des relations interfinancières (F) entre les chaînons du système financier.

Enfin, dans le cadre des quatre angles droits encadrant la matrice des relations interfinancières, apparaissent les relations financières entre le système financier et la sphère de production matérielle, les unités de la sphère improductive, la population et l'étranger.

c) Le modèle se propose de comprendre certaines relations monétaires supplémentaires par rapport à celles mises en évidence dans la balance des relations réciproques de décompte, élaborées annuellement par la Direction Centrale des Statistiques.

- reflet des relations monétaires entre la population et la sphère de production matérielle;
- reflet des relations monétaires entre la sphère de production matérielle et les unités de la sphère improductive;
- reflet des relations monétaires entre la sphère de production matérielle et l'étranger;
- reflet des relations monétaires entre les unités de la sphère improductive et l'étranger, etc.

De même, à la différence de la balance des relations réciproques de décompte, dans le modèle en chiffres les unités de la sphère de production matérielle aussi bien que celles de la sphère improductive sont défalquées par branches de l'économie nationale.

d) Dans le modèle, toute une série de revenus de la population (retraites, bourses, aides, etc.) sont dépistés par l'intermédiaire de la balance partielle élaborée en base des plans de revenus et dépenses des unités de la sphère improductive.

Dans le modèle proposé, on préconise de refléter les relations monétaires existant dans le cadre de la sphère de production matérielle par inclusion de la matrice A[1]) établie sur la base du premier cadran de la balance des connexions entre branches, après élaboration de cette dernière.

De cette manière, le modèle mettant en évidence les flux monétaires dans l'économie, y compris ceux qui ont lieu entre les branches et les sous-branches de l'économie nationale, pourra devenir un instrument d'analyse et de planification beaucoup plus utile.

Le problème de l'élaboration d'un modèle mathématique des relations monétaires dans l'économie a été également l'objet de la préoccupation d'autres pays socialistes. Ainsi, en Tchécoslovaquie, un modèle des relations monétaires a été établi par l'Institut des Recherches du Ministère des Finances et, en Pologne, un modèle se proposant un but similaire a été établi dans le cadre de l'Institut des Finances de Varsovie sous le titre „Balance matérielle et financière des relations entre branches".

---

1) Mentionnons que l'inclusion de la matrice A dans le cadre du modèle soulève une série de problèmes en liaison, tout spécialement, avec le fait d'éviter des enregistrements doubles.

Le modèle que nous proposons, tout en ayant pour objet l'étude des mêmes procès, présente des différences par rapport à celui établi en Tchécoslovaquie, entre autres :

— évidence des relations entre les branches de la sphère de production matérielle, par inclusion, dans le modèle, de la matrice A obtenue sur la base du premier cadran de la balance des connexions entre les branches ;

— évidence des relations monétaires entre la sphère de production matérielle et la population et de celles entre la sphère de production matérielle et l'étranger ;

— évidence des flux monétaires allant des unités de la sphère improductive, la population et l'étranger vers la sphère de production matérielle ;

— à la différence du modèle établi en Tchécoslovaquie, où la création, la répartition et l'utilisation finale du revenu national sont mis en évidence dans une seule ligne et une seule colonne, le modèle que nous proposons met en évidence ces procès à l'intérieur des positions dans lesquelles ils s'encadrent (dans les plans financiers des entreprises de la sphère de production matérielle, dans la balance des revenus et dépenses monétaires de la population, etc.).

Le modèle que nous proposons diffère également de celui établi en Pologne, dont le but principal était de coordonner la balance des relations matérielles avec celle des relations financières. Notre modèle évidencie d'une façon plus claire le rôle des chaînons du système financier dans le procès de redistribution du revenu national. Le modèle élaboré en Pologne ne comprend, de tout le système financier, que le budget d'état et met séparément en évidence, dans une ligne et une colonne, les fonds pour les investissements et ceux pour le plan des crédits.

Nous avons conscience du fait que, comme dans tout début, les solutions présentées dans cette étude peuvent être améliorées, mais elles représentent une base pour leur perfectionnement ultérieur.

2. SYSTÈME DES EQUATIONS

Comme l'on sait, lorsqu'il s'agit d'un grand nombre de variables, leur mode de notation est extrèmement important.

Dans ce qui suit nous marquerons les variables du modèle par „X" suivi de deux indices, le premier indiquant la ligne (soit celui qui paie) et le second la colonne (soit celui qui reçoit). Ainsi, X_{31} est la variable à l'intersection de la ligne 3 et de la colonne 1 et représente les sommes remises par le budget (ligne *3*) aux unités d'état appartenant à la sphère de production matérielle (colonne *1*). On a noté par X_i les dépenses totales de la ligne i. C'est ainsi, par exemple, que l'on a marqué par X_3 les dépenses totales du budget.

La fusion de tous les plans et balances financiers en une seule balance carrée, comme celle du tableau 1, a l'avantage de permettre l'analyse corrélative de ceux-là. Cette analyse devient possible du fait que chaque balance partielle a des contre-postes dans les autres balances partielles. Ainsi, par exemple, la balance partielle élaborée en base de la balance des revenus et dépenses des entreprises d'état appartenant à la sphère de production matérielle (ligne et colonne 1) ont des contre-postes dans la balance établie en base du plan du budget d'état (pour les dépenses X_{13}, contre-poste : verse-

ments au budget; pour les revenus X_{31} — sommes entrant dans le budget), dans la balance élaborée en base du plan des crédits, et.

Vu que chaque balance partielle a des contre-postes dans les autres balances, la modification d'un élément de l'une des balances partielles entraine des modifications en chaîne dans toutes les autres balances partielles. Prenons un exemple dans ce sens :

Supposons que l'on prévoit une augmentation des salaires dans les unités d'état de la sphère de production matérielle, c'est-à-dire de l'élément X_{18} dans la balance-carrée du tableau *1*. Ceci aura comme conséquence la modification des autres balances partielles. Supposons que l'augmentation des salaires entraine les modifications suivantes : accroissement du volume des dépenses de la population pour l'acquisition de marchandises et services productifs (soit un accroissement des éléments X_{81} et X_{82}) ; accroissement du volume des économies de la population déposées à la Caisse d'Epargne et de Consignation (élément X_{85}) et accroissement du numéraire en circulation (élément X_{84}).

Etant donné que la population achètera plus de marchandises, on peut supposer que la sphère de production matérielle augmentera ses versements au budget (d'où accroissement de l'élément X_{13}). De même, le volume accru des économies de la population déposées à la Caisse d'Epargne et de Consignation permettra de mettre une somme plus élevée à la disposition du budget (d'où accroissement de l'élément X_{53}). D'autre part, l'accroissement du numéraire en circulation implique une augmentation des ressources de crédits. Les ressources accrues du budget d'état (majoration de X_3) et de crédits (majoration de X_4) influencent, à leur tour, d'autres postes dans les balances partielles du tableau *1*, etc.

L'observation de toutes les modifications chaîne survenant lors de la modification d'un élément dans une balance partielle devient beaucoup plus facile si l'on écrit le système d'équations qui relient les variables du modèle.

En écrivant que la somme des dépenses dans chaque balance partielle du modèle est égale au total des dépenses, nous obtiendrons le système de 9 équations suivant :

$$\sum_{j=1}^{9} X_{ij} = X_{ij} \qquad (i = 1, 2, \ldots, 9) \qquad (1)$$

Chaque équation de ce système indique la structure des dépenses dans la balance partielle respective. Notre modèle est caractérisé par le fait que le cercle des connexions est fermé. C'est pourquoi nous appellerons le système d'équation (*1*) *système fermé.*

En continuation, nous introduirons les coefficients suivants :

$$a_{ii} = \frac{X_{ij}}{X_j} \qquad (2)$$

lesquels, multipliés par 100, montrent le pourcentage du total des encaissements de j provenant de i.

A la différence de la balance des connexions entre branches où les coefficients similaires sont approximativement constants, dans le cas présent, ces coefficients n'ont plus ce caractère. Toutefois, le calcul de ces coefficients et leur observation sur une période plus étendue pour déterminer l'évolution de certaines lois statistiques, présentent un intérêt tout particulier.

Pour le moment, nous supposerons que, dans notre cas, les grandeurs a_{ij} sont constantes. Ceci implique, par exemple, la supposition que les dépenses de la population pour l'acquisitiom de marchandises sont proportionnelles à ses revenus et que les sommes versées par le budget à la sphère de production matérielle sont proportionnelles au volume des revenus budgétaires, etc.

Nous déduisons de la relation (*2*)

$$X_{ij} = a_{ij}X_j \tag{3}$$

en substituant (*2*) dans le système d'équations nous obtenons :

$$\begin{aligned}
&a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + a_{13}X_3 + \ldots + a_{19}X_9 = X_1 \\
&a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + a_{23}X_3 + \ldots + a_{29}X_9 = X_2 \\
&\vdots \\
&a_{91}X_1 + a_{92}X_2 + a_{93}X_3 + \ldots + a_{99}X_9 = X_9
\end{aligned} \tag{4}$$

ce qui s'écrit encore :

$$\begin{aligned}
&(1 - a_{11})\ X_1 - a_{12}X_2 - a_{13}X_3 - \ldots - a_{19}X_1 = 0 \\
&- a_{21}X_1 + (1 - a_{22})X_2 - a_{13}X_3 - \ldots - a_{29}X_9 = 0 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&- a_{91}X_1 - a_{92}X_2 - a_{93}X_3 - \ldots + (1 - a_{99})\ X_9 = 0
\end{aligned} \tag{5}$$

Le système (*5*) de 9 équations avec 9 inconnues est *linéaire et homogène.*

On peut prouver, sans trop de difficulté, que le déterminant du système est nul, ce qui signifie que le système admet une infinité de solutions. Autrement dit, dans le cas du système fermé il n'y a pas de solution unique du problème. Dans ce cas, on ne peut qu'établir diverses relations entre les inconnues X_i.

Il est possible de déterminer une solution unique si l'on indique la valeur de l'une des inconnues sur la base de certaines considérations économico-financières. Par exemple, si l'on donne la valeur que doit avoir la variable X_8 — total des revenus monétaires de la population — ou la variable X_9 — total de la balance des paiements externes — on peut obtenir une solution unique pour les autres variables en résolvant le système d'équations.

En effet, si nous considérons que $X_9 = V$, le système d'équation (5) peut être transformé en un système non homogène.

$$\begin{aligned}
&(1 - a_{11})\,X_1 - a_{12}X_2 - a_{13}X_3 - \ldots - a_{18}X_8 = Y_1 \\
&- a_{21}X_1 + (1 - a_{22})X_2 - a_{23}X_3 - \ldots - a_{28}X_8 = Y_2 \qquad (6) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&- a_{81}X_1 - a_{82}X_2 - \ldots + (1 - a_{88})\;X_8 = Y_8
\end{aligned}$$

où l'on a noté

$$Y_i = a_{i9}X_9 = X_{i9} \qquad (7)$$

Ecrit sous forme de matrice, le système d'équations (6) devient :

$$[E - A] \quad X = Y \qquad (8)$$

où A représente la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \ldots a_{18} \\ a_{21} & a_{22} \ldots a_{28} \\ a_{81} & a_{82} \ldots a_{88} \end{pmatrix} = \| a_{ij} \|$$

avec X et Y vecteurs :

$$X = (X_1, X_2, \ldots, X_8),$$

$$Y = (Y_1, Y_2, \ldots, Y_8),$$

tandis que E est la matrice unité d'ordre 8.

En base du système d'équation (6) ou (8) on peut obtenir une série d'informations particulièrement utiles pour le travail d'analyse économique et financière. Nous précisons encore une fois que ces informations sont valables dans l'hypothèse de la proportionalité des grandeurs X_{ij} et X_j, autrement dit de la constance des coefficients a_{ij}.

Parmi les informations que le modèle peut fournir dans ce cas, nous relevons :

1) *Influence sur la balance des paiements externes des modifications survenues dans le total d'une ou de plusieurs balances partielles.*

Par exemple, comment se reflète, dans la balance des paiements externes, la modification du total de la balance des revenus et dépenses des entreprises productives du secteur d'état (X_1). La réponse à ce genre de problèmes s'obtient très simplement. Pour ceci, il est suffisant d'introduire, dans les équations du système (6) la nouvelle valeur de X_k dont la multiplication par les coefficients a_{ji} donne directement le résultat désiré.

2) *Comment doit être modifiée chaque balance partielle si nous désirons obtenir, par exemple, une augmentation de l'exportation de marchandises.*

Pour répondre à cette question, nous devons résoudre le système d'équations (*6*) ou l'équation de la matrice (*8*).

Résolvons l'équation (*8*) ; nous obtenons :

$$X = [E - A]^{-1}Y \tag{9}$$

où $[E - A]^{-1}$ est l'inverse de la matrice $(E - A)$. Si nous marquons par A_{ij} les éléments de cette matrice, l'équation de la matrice (9) s'écrit en détail :

$$\begin{aligned} X_1 &= A_{11}Y_1 + A_{12}Y_2 + \ldots + A_{18}Y_8 \\ X_2 &= A_{21}Y_1 + A_{22}Y_2 + \ldots + A_{28}Y_8 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ X_8 &= A_{81}Y_1 + A_{82}Y_2 + \ldots + A_{88}Y_8 \end{aligned} \tag{10}$$

Comme dans le cas de la balance des connexions entre branches, les éléments A_{ij} de la matrice inverse ont une interprétation économique particulièrement intéressante.

Voyons, par exemple, ce que représente le coefficient A_{31}.

Pour ceci il est suffisant de dériver la troisième équation du système (*10*) par rapport à Y_1. Nous avons :

$$\frac{\partial X_3}{\partial Y_1} = A_{31} \tag{11}$$

Il résulte d'ici que A_{31} exprime l'influence totale (directe et indirecte) exercée par la modification de l'exportation des unités d'état de la sphère de production matérielle ($Y_1 = X_{19}$) sur le plan du budget d'état (X_3).

On interprète d'une facon semblable les autres coefficients A_{ij} de la matrice inverse.

On a supposé ci-dessus que la valeur de X_9 *a* été établie sur la base de certaines considérations de nature économico-financières et que la solution du système d'équations a permis de déterminer la valeur des 8 autres variables du modèle.

D'une façon analogue, nous pouvons établir la valeur de n'importe quelle autre variable et déterminer la valeur des autres variables. Par exemple, en fixant le volume des revenus que doit obtenir la population (donc en fixant la grandeur de X_8), nous déterminerons la grandeur de X_1, X_2 — dépenses de la sphère productive et de X_3 — dépenses du budget d'état, etc.

De la même manière que ci-dessus on peut étudier l'influence totale (directe et indirecte) exercée par la majoration des revenus de la population sur chaque balance partielle.

En conclusion, nous devons montrer qu'un premier perfectionnement du modèle mathématique analysé ci-dessous devrait porter sur le renonce-

ment à l'hypothèse de la constance des coefficients a_{ij}. Cette préoccupation existe également depuis longtemps en ce qui concerne les coefficients intervenant dans la balance des connexions entre branches [1]).

Une des méthodes d'atténuation de l'hypothèse sur la stabilité des coefficients a_{ij} serait, également dans notre cas, le remplacement de la formule de calcul :

$$aij = \frac{X_{ij}}{X_j}$$

par la formule

$$a_{ij} = \frac{\Delta X_{ii}}{\Delta X_j}$$

Une autre méthode consisterait à considérer des fonctions nonliniaires au lieu de fonctions liniaires et à appliquer, pour le calcul proprement dit, la méthode des approximations successives qui peut donner, dans la pratique, des résultats assez satisfaisants. L'application de la méthode des approximations successives est particulièrement avantageuse car elle permet l'emploi de toutes les informations que nous détenons sur le mode de variation des coefficients intervenant dans le modèle. La pratique a prouvé que six ou sept itérations sont suffisantes pour obtenir le résultat désiré.

L'application de la méthode des approximations successives a également l'avantage de permettre le calcul de la modification des prix. Le désavantage réside dans le fait que l'application de cette méthode exige un grand effort vu le volume des calculs.

3. BALANCE CARRÉE DU SYSTÈME FINANCIER

Dans le tableau *1* on peut observer que la balance-carrée des flux monétaires dans l'économie met en évidence une autre balance-carrée, celle qui reflète les flux entre les chaînons du système financier. Ces flux ressortent distinctement du Tableau *2*.

Dans cette balance-carrée les connexions entre le système financier et le reste des balances partielles sont mises en évidence dans une seule ligne et une seule colonne, respectivement la ligne et la colonne *5*.

Une analyse séparée des flux inter-financiers du système financier permet une analyse plus détaillée des phénomènes qui prennent place à l'intérieur de ce dernier.

Sur la base du tableau *2* nous pouvons formuler le système d'équations ci dessous :

$$\sum_{j=1}^{4} X_{ij} + Y_i = X_i \qquad (i = 1, 2, 3, 4) \qquad (12)$$

[1]) Voir, par exemple, „Statistical Commission and Economic Commission for Europe. Input-Output Tables Memorandum by the Secretairat of Conference of European Statisticians. Geneva, 14th and 27th May 1955.

Tableau no. 2

PAIE \ REÇOIT		Plan du Budget d'Etat	Plan des crédits	Plan d'encouragement pour versements des économies de la population à la Caisse d'Epargne	Plan financier des assurances sur biens et personnes	Payements en dehors du système	Total
		1	2	3	4	5	
1	Plan du Budget d'Etat		x_{12}	x_{13}	x_{14}	y_1	x_1
2	Plan des crédits	x_{21}		x_{23}		y_2	x_2
3	Plan d'encouragement pour versements des économies de la population à la Caisse d'Epargne	x_{31}	x_{32}		x_{34}	y_3	x_3
4	Plan financier des assurances sur biens à personnes	x_{42}		x_{43}		y_4	y_4
5	Payements en dehors du système	z_1	Z_2	Z_3	Z_4		

Comme ci-dessus, par l'introduction des coefficients a_{ij} calculés selon la formule :

$$a_{ij} = \frac{X_{ij}}{X_j} \qquad (i, j = 1, 2, 3, 4,) \tag{13}$$

le système d'équations (*12*) devient :

$$\begin{aligned}
a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + a_{13}X_3 + a_{14}X_4 + Y_1 &= X_1 \\
a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + a_{23}X_3 + a_{24}X_4 + Y_2 &= X_2 \\
a_{31}X_1 + a_{32}X_2 + a_{33}X_3 + a_{34}X_4 + Y_3 &= X_3 \\
a_{41}X_1 + a_{42}X_2 + a_{43}X_3 + a_{44}X_4 + Y_4 &= X_4
\end{aligned} \tag{14}$$

Sous forme de matrice, ce système s'écrit :

$$AX + Y = X \tag{15}$$

où nous avons employé les notations suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

$$X = (X_1, \quad X_2, \quad X_3, \quad X_4)'$$

$$Y = (Y_1, \quad Y_2, \quad Y_3, \quad Y_4)'$$

Le système d'équations (*14*) peut encore s'écrire :

$$\begin{aligned}
(1 - a_{11})\, X_1 - a_{12}X_2 - a_{13}X_3 - a_{14}X_4 &= Y_1 \\
- a_{21}X_1 + (1 - a_{22})\, X_2 - a_{23}X_3 - a_{24}X_4 &= Y_2 \\
- a_{31}X_1 - a_{32}X_2 + (1 - a_{33})\, X_3 - a_{34}X_4 &= Y_3 \\
- a_{41}X_1 - a_{42}X_2 - a_{43}X_3 + (1 - a_{44})\, X_4 &= Y_4
\end{aligned} \tag{16}$$

et sous forme de matrice :

$$(E - A)\, X = Y \tag{17}$$

En base du système d'équations (*17*) on peut obtenir une réponse aux problèmes du type suivant :

a) Comment se modifient les sommes payées en dehors du système financier lorsque change le total d'une ou de plusieurs balances partielles du système (c'est-à-dire lorsque change le total des revenus et dépenses du plan du budget d'état, le total du volume des crédits, etc.)

La réponse à de telles questions s'obtient immédiatement par le système d'équations (*16*).

b) Comment doit être modifié le total de chaque balance partielle (soit budget, crédits, etc.) lorsque l'on désire augmenter (ou diminuer) les sommes payées en dehors du système (à la sphère de production matérielle, aux unités de la sphère improductive).

Pour répondre à cette question nous devons résoudre le système d'équations (*16*) ou l'équation de matrice (*17*).

Cette dernière équation peut être écrite sous la forme de :

$$X = [E - A]^{-1} Y \tag{18}$$

ou bien, en marquant par A_{ij} les éléments de la matrice inverse, nous obtenons :

$$\begin{aligned} X_1 &= A_{11}Y_1 + A_{12}Y_2 + A_{13}Y_3 + A_{14}Y_4 \\ X_2 &= A_{21}Y_1 + A_{22}Y_2 + A_{23}Y_3 + A_{24}Y_4 \\ X_3 &= A_{31}Y_1 + A_{32}Y_3 + A_{33}Y_3 + A_{34}Y_4 \\ X_4 &= A_{41}Y_1 + A_{42}Y_2 + A_{43}Y_3 + A_{44}Y_4 \end{aligned} \tag{19}$$

Dans ce cas également, les coefficients A_{ij} ont une interprétation économique particulièrement intéressante. En effet, en dérivant l'équation par rapport a Y_j, nous avons :

$$\frac{X_i}{Y_j} = A_{ij} \tag{20}$$

Il en résulte que A_{ij} indique l'influence totale (directe ou indirecte) exercée par la modification de Y_j sur la grandeur X_i. Par exemple, A_{21} indique l'influence totale exercée sur le plan des crédits par la modification des sommes que le budget d'état doit verser, en dehors du système (grandeur Y_1), pour le financement de l'économie nationale, celle des activités sociales et culturelles, etc.

Nous mentionnons que les réserves faites dans le cas du modèle des relations monétaires dans l'économie, concernant l'hypothèse de la stabilité des coefficients a_{ij}, sont valables également ici. De même, les mesures proposées dans le premier cas pour remédier à ces manquements, peuvent être appliquées également ici.

A la différence du premier modèle qui reflète les flux monétaires de l'économie nationale toute entière, le deuxième modèle reflète les flux finan-

ciers partant des chaînons financiers et allant vers ceux-ci, comprenant les postes du plan financier centralisé. Par conséquent, ce second modèle peut constituer un instrument précieux pour la planification financière.

* * *

Il va de soi que le modèle ne pourra s'enrichir de nouveaux aspects qu'après la fin de l'expérimentation, qu'après sa confrontation avec la pratique et avec les chiffres d'exécution.

En premier lieu, en dehors des relations liniaires de base décrites ci-dessus, il existe encore entre les flux monétaires dans l'économie, d'autres dépendances mathématiques qui doivent être étudiées. Parmi ces dernières nous mentionnons : la relation entre le volume de la production et l'impôt sur la circulation des marchandises; entre le volume de la production et les bénéfices; entre le volume des fonds fixes et la cote d'amortissement, etc. Leur étude permettra d'observer le modèle reflétant leur influence sur la structure et l'importance des flux monétaires dans l'économie.

En second lieu, le modèle devra aussi contenir une série d'autres relations mathématiques appelées dans la littérature de spécialité, relations de comportement*). Ces relations se réfèrent spécialement à la structure de la consommation personnelle et à son évolution, et aussi à l'évolution des dépôts à la Caisse d'Epargne et de Consignation, etc.

En troisième lieu, le modèle doit être élargi dans le sens d'une défalcation plus analytique, par branches, de la sphère de production matérielle, sur la base d'une nomenclature adéquate. Ceci permettra d'analyser les flux monétaires entre les branches de l'économie et le reflet de l'intensité de ces flux sur les charges du système financier.

Il va sans dire, et nous l'avons montré ci-dessus, que le modèle présenté, représentant la premier essai de ce genre dans notre pays, est susceptible d'être amélioré et constitue, dans ce sens, une base de discussion.

BIBLIOGRAPHIE

1. *Le Calcul Economique*, sous la rédaction du prof. univ. Manea Manesco, membre corresp. de l'Académie Roumaine, Bucharest, 1964.

2. Chytilova, J. : *Modèle des Relations Financières, materiel fournit par l'Institut de Recherches du Ministere des Finances de la Republique Socialiste de Tchéchoslovakie.*

3. Verojbitki, E. : *La Balance des Rapports entre les Branches dans l'Expression Matérielle et Monétaire* (sur la base de l'exemple de l'année 1962). Matériel fournit dans le cadre de l'Institut des Finances, Varsovie.

4. Simunek, V. : *Modèle Mathématique des Relations Financières, „Finance a uver"*, No. 10—11/1964.

5. Detneva, E. V. : *Balance Matérielle-Financière Centralisatrice dans le Système de Planification Optime de l'Economie.* „Ekonomika i matematiceskie metodî", No. 1/1966.

*) Ces relations reflètent le mode d'emploi des revenus monétaires de la population, les tendances vers une certaine structure de la consommation personnelle et aussi les tendances vers l'économie.

A MATHEMATICAL MODEL OF FINANCIAL RELATIONS IN ECONOMY

At present the co-ordination of the whole activity of financial planning and the correlation with the state economic plan are achieved by the centralized financial plan. The actual form of centralized financial plan working out, particularly useful for the planning of national economy, owing to the fact that it does not represent an important part of the primar distribution of national economy, gives not a complete image of all money movements in economy. The author endeavours to present a mathematical model reflecting all the money movements in economy, model meant to provide additional informations in the working out and analysis of the centralized financial plan.

The basis of the mathematical model is a chess-balance, concerning all the financial relations in economy and composed by five parts (partial balances).

The lines are formed by the output of each partial balance and the columns by the input. Each element of a partial balance has a counter-cost in another partial balance. Owing to this, the modification of an element of a partial balance leads to several modifications in other partial balances. The proposed mathematical model allows the rapid knowledge of all these modifications.

The mathematical model will not only provide additional informations for working out and analysing the centralized financial plan, but it will gialso ve answers to several economic problems.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФИНАНСОВЫХ ОТНОШЕНИЙ В ЭКОНОМИКЕ

В настоящее время координация всей работы по финансовому планированию и увязка с народнохозяйственным планом осуществляются через сводный финансовый план. Нынешняя форма составления свободного финансового плана, особенно полезная для планирования народного хозяйства, так как не отражает значительной части первичного распределения национального дохода, не дает полной картины всего движения денег в народном хозяйстве. В статье преследуется цель приведения математической модели, отражающей все денежные потоки в народном хозяйстве и предназначенной поставлять дополнительную информацию при разработке и анализе свободного финансового плана.

На основе математической модели составляется шахматный баланс, касающийся всех финансовых отношений в народном хозяйстве и содержащий 5 частей (частных балансов).

В строках проводится расход каждого частного баланса, а в графах — приход. Каждому элементу одного частного баланса соответствует такая же стоимость в другом частном балансе. В результате этого изменение какого-либо элемента одного частного баланса вызывает ряд изменений в других частных балансах. Предлагаемая математическая модель позволяет быстро выявлять все эти изменения.

Помимо того, что математическая модель обеспечивает дополнительную информацию для разработки и анализа сводного финансового плана, она дает ответ и на ряд экономических вопросов.