V. DUMITRU
V. IONESCO
G. BĂRBATU

# Modèle pour le processus du mélange d'huiles lourdes en vue de l'optimisation à l'aide de la programmation linéaire

*Etant donnée l'importance de l'industrie pétrolière dans notre économie nationale, des études ont été faites sur les possibilités d'appliquer la programmation mathématique dans cette branche industrielle. La présente étude offre un modèle d'optimisation du processus de mélange d'huiles lourdes. Ce modèle satisfait la demande pour les caractéristiques suivantes: densité à 15°C, indice Diesel et couleur union.*

Les produits commerciaux pétroliers — essences, huiles lourdes, huiles— s'obtiennent d'habitude à l'aide d'un mélange de composants, vu que l'unité productrice ou la base de vente disposent rarement d'un produit répondant quantitativement et qualitativement, aux exigeances des acheteurs.

L'éxécution de ces mélanges pose deux problèmes. Le premier, d'ordre technique, comporte la détermination d'une recette de mélanges satisfaisant, quantitativement aussi bien que qualitativement, la demande. Considéré au point de vue mathématique, ce problème consiste à trouver une solution pour un système d'équations, le plus souvent linéaires, où le nombre d'inconnues soit supérieur à celui des équations et qui admette donc, en général, une infinité de solutions. Le second problème, d'ordre économique, réside dans le choix, parmi cette infinité (ou en tout cas, un très grand nombre) de possibilités, de celle qui serait économiquement la plus avantageuse. La solution de tels problèmes, concernant les recettes optimes pour l'obtention de produits pétroliers commerciaux par mélange de composants, rend nécessaire l'application des méthodes modernes mathématiques, c'est-à-dire la programmation linéaire. Nous pouvons citer d'ailleurs, parmi les premières

applications pratiques de cette importante méthode mathématique, celle dont l'objet fut de résoudre certains problèmes de l'industrie pétrolière, et notamment les questions de mélange [*1*, *2*, *3*, *4*, *5*, *6*, *7*].

Vu l'importance de l'industrie pétrolière dans notre économie nationale, chez nous aussi ont été faites des études sur les possibilités d'appliquer la programmation mathématique dans le but de résoudre certains problèmes de cette branche industrielle, notamment ceux concernant les mélanges [*8*, *9*, *10*, *11*, *12*, *13*, *14*, *15*]. Les études effectuées nous permettent de conclure que la programmation mathématique constitue le seul moyen capable d'obtenir, non seulement la recette la plus avantageuse économiquement, mais aussi la meilleure solution technique. D'ailleurs, à notre avis, ces deux problèmes ne sauraient être séparés.

## UN MODÈLE EN VUE DE L'OPTIMISATION DU MÉLANGE D'HUILES LOURDES

Nous présenterons dans cette étude un modèle de processus optime de mélange d'huiles lourdes. Si, dans ses grandes lignes, il aura les caractéristiques des modèles cités dans notre bibliographie, il comportera également des éléments originaux, parmi lesquels la prise en considération de la couleur union, conformément aux relations données au [13] et [14].

Comme nous le savons déjà, l'élaboration d'un modèle optime exige la détermination de la fonction correspondant au processus étudié, fonction devant être optimisée dans certaines conditions restrictives. Ces conditions seront réalisées lorsque les variables du problème satisferont certaines relations restrictives données par des inéquations ou par des équations. Au cas où l'on emploierait les méthodes de calcul de la programmation linéaire, la fonction aussi bien que les restrictions, devront être linéaires. Conformément à ce qui suit, l'optimisation du processus de mélange d'huiles lourdes pourra se modeler de manière linéaire.

En effet, le processus de mélange des huiles lourdes comporte la réalisation de certaines recettes satisfaisant qualitativement la demande, au moins pour les caractéristiques suivantes: densité à 15°C, indice Diesel et couleur union. La densité et l'indice Diesel pour le mélange d'huiles lourdes satisfont les relations analogues à la densité et, respectivement, au chiffre octanique pour les mélanges d'essences, données au [8] et [9].

Quant à la couleur union, nous avons trouvé une relation linéaire, fondée sur la conversion établie au [13] et [14]. Cette conversion est la suivante:

$$\begin{array}{lll} 1 \text{ degré couleur union} & = 40 \text{ mm} & \\ {}^1/_2 \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„} & = 20 \text{ mm} & (I) \\ 1 \text{ nuance} \quad \text{„} \quad \text{„} & = 7{,}5 \text{ mm} & \end{array}$$

La couleur exprimée en mm peut être considérée additive.

Si nous notons $q_i$ les quantités, $d_i$ l'indice de densité, $\delta_i$ l'indice Diesel et $k_i$ la couleur en mm des composants $i$ ($i = 1, \ldots, n$) qui peuvent entrer dans le mélange que nous désirons obtenir en quantité $q$ et ayant les caractéristiques $d$ relative à la densité, $\delta$ relative à l'indice Diesel et $k$ relative à la couleur; et $x_i$ la quantité du composant $i$ qui devra entrer dans le mélange,

le but du problème sera atteint par le système de conditions restrictives suivant:

$$
(II)\quad \begin{cases}
(1) & \sum_{i=1}^{n} \delta_i x_i \geqslant \delta \sum_{i=1}^{n} x_i & \text{condition restrictive relative à l'indice Diesel} \\
(2) & \sum_{i=1}^{n} x_i \leqslant d \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{d_i} & \text{condition restrictive relative à la densité} \\
(3) & \sum_{i=1}^{n} k_i x_i \leqslant k \sum_{i=1}^{n} x_i & \text{condition relative à la couleur union} \\
(4) & \sum_{i=1}^{n} x_i \geqslant q & \text{condition relative à la satisfaction de la quantité demandée} \\
(5) & x_i \leqslant q_i \quad x_i \geqslant 0 & \text{condition pour ne pas dépasser les disponibilités}
\end{cases}
$$

Afin d'obtenir un modèle de programmation linéaire, le système de restriction *I* doit être complété par une fonction — d'éfficacité — devant être optimisée:

$$(6) \qquad \max/\min F = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i$$

Si $c_i$ représente le prix de revient lei/tonne du composant $x_i$ alors min $F$ aura pour but la réalisation du mélange dont le prix de revient sera minimum dans les conditions restrictives *II*. Evidemment, la maximisation du bénéfice, ou bien l'optimisation d'un certain désidératum technique ou qualitatif peuvent également entrer en considération.

Nous appliquerons ce modèle à un exemple concret.

Pour cela, nous prendrons trois composants dont les quantités et les caractéristiques seront les suivantes:

| Huile lourde composant | Quantité disponible $q_i$ (tonnes) | Densité $d_i$ a 15° C | Indice Diesel $\delta_i$ | Couleur union $k_i$ | Prix de revient $c_i$ lei/tonne |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 12.000 | 0,852 | 48 | 4 | 415 |
| 2 | 10.000 | 0,846 | 56 | 1½ | 433 |
| 3 | 8.000 | 0,848 | 54 | 2 | 428 |

On demande à préparer 11.000 tonnes d'huiles lourdes commerciales correspondant aux caractéristiques suivantes:

— densité à 15°C de max. 0,850
— indice Diesel de min. 53
— couleur union de max. 3

Le modèle mathématique du problème sera :
Déterminer

$$\min F = 415x_1 + 433x_2 + 428x_3$$

dans les conditions

$$\frac{x_1}{0{,}852} + \frac{x_2}{0{,}846} + \frac{x_3}{0{,}848} \geqslant \frac{11.000}{0{,}850}$$ condition relative à la densité

$160\,x_1 + 60\,x_2 + 72{,}5\,x_3 \leqslant 120 \times 11.000$ condition relative à la couleur

$48x_1 + 56x_2 + 54x_3 \geqslant 53 \times 11.000$ condition relative à l'indice Diesel

(II') $x_1 + x_2 + x_3 = 11.000$ condition relative à la quantité demandée

$x_1 \leqslant 12.000$

$x_2 \leqslant 10.000$

$x_3 \leqslant 8.000$ conditions relatives à la disponibilité

Nous renoncerons, évidemment, à la condition $x_1 \leqslant 12.000$ qui est comprise dans la condition $x_1 + x_2 + x_3 = 11.000$

La solution de ce problème nous conduit à la solution optime suivante :

$x_1 = 2.125$ tonnes

$x_2 = 875$ tonnes

$x_3 = 8.000$ tonnes

En vérifiant la solution trouvée dans les conditions imposées, nous constatons que le mélange obtenu a les caractéristiques suivantes :

— couleur union 3
— indice Diesel 53
— densité 0,849

et le prix de revient 425,88 lei/tonne.

## OPTIMISATION DE PLUSIEURS MÉLANGES

Le problème de la réalisation simultanée de plusieurs mélanges peut se poser également. En ce cas, le nombre d'équations et d'inconnues croît de manière correspondante, ce qui, pour les calculateurs modernes d'aujourd'hui ne présente aucune difficulté. Le système des conditions restrictives se modifie presqu'uniquement sous l'aspect graphique, tel qu'il est démontré au [9].

## BIBLIOGRAPHIE


1. CHARNES ABRAHAM, COOPER WILLIAM W. and MELLON ROBERT, *Blending Aviation Gasoline* „Econometrica", Vol. 20, No. 2 pp. 135—159, April 1952.
2. DAVIE, J. W., *Use of Linear Programming in Selective Blending Studies* „Econometrica", Vol. 23, No. 3, pp. 336—337, July 1955.
3. MANNE ALAN S., *Concave Programming for Gasoline Blends* Journal of the Operation Research Society of America, Vol. 1, No. 3, p. 148, May 1953.
4. MANNE ALAN S., *Scheduling of Petroleum Refinery Operations* p. 181, Harvard Economic Studies, vol. 48, Harvard University Press, Cambridge, March 1956.
5. SYMONDS GIFFORD H., *Linear Programming: The Solution of Refinery Problems*, p. 74, Esso Standard Oil Company, New York, 1955.
6. CHENEVEY, D. E., *Applications de la programmation linéaire en vue de l'optimisation d'un mélange de combustible liquide.* Oil Gas Journal" No. 12, p. 108, 1960.
7. MAURIN, H., *Paramétrisation générale d'un programme linéaire.* „Revue Française de Recherches Opérationnelles" No. 32, 1965.
8. DUMITRU, V., *O aplicație a programării liniare în problema amestecurilor de benzine.* „Revista de Statistică", No. 10/1964.
9. MĂNESCO, M., DUMITRU, V., *Unele aplicații ale programării liniare în probleme ale industriei petroliere.* „Studii și cercetări economice", Vol. 4/1964.
10. DUMITRU, V., IONESCO, V., AUSLÄNDER, G., ZIRNA, I., *Aplicarea programării liniare la obținerea uleiurilor lubrifiante prin amestec de componenți.* Communication à la Session scientifique du Centre de Calcul Economique et de Cybernétique Economique, Bucarest 11—13 février 1966 (Publié dans „Studii și cercetări de calcul economic și cibernetică economică" No. 1/1966).
11. AUSLÄNDER, G., *The Properties of Mixtures.* Brit. Chem. Eng. No. 9, p. 610, 1964.
12. AUSLÄNDER, G., PLATON, E., *The Viscosity of Multicomponent Mixtures.* Brit. Chem. Eng. No. 3, p. 196, 1965.
13. BĂRBATU, I. GH., *O metodă de calcul a culorii union a unui amestec de două sau mai multe motorine* Revue „Petrol și Gaze" No. 7/1957.
14. BĂRBATU, I. GH., SILCU, GH., *Tehnica exportului de produse petroliere din porturi maritime* p. 275, Editura Tehnică, București, 1964.
15. HĂNCIULESCO, I., DUMITRU, V., *Aplicarea programării liniare la alegerea și distribuția investițiilor pe structurile noi în extracția țițeiului.* Communication à la Session scientifique du Centre de Calcul Economique et de Cybernétique Economique — Bucarest, février 1966. Revue „Studii și cercetări de calcul economic și cibernetică economică", No. 2/1966.


# MODELLING OF THE GAS OIL BLENDING PROCESS IN VIEW OF OPTIMIZATION BY MEANS OF LINEAR PROGRAMMING


Solving the problems of optimum gas oil blending requires the application of modern mathematical methods, i.e. the application of linear programming.

The gas oil blending process involves certain formulae to satisfy qualitatively the demands for at least the following characteristics: density at 25°C, Diesel index and Union colour.

The efficiency function is

$$\max/\min\ F = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i$$

where $c_i$ represents the profit or the cost price lei/ton of the $x_i$ component, its optimization occuring under restrictive conditions II.

A concrete example is also shown in this study.

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СМЕШИВАНИЯ ДИЗЕЛЬНОГО ТОПЛИВА В ЦЕЛЯХ ОПТИМИЗАЦИИ ПРИ ПОМОЩИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Решение задач оптимальной смеси дизельного топлива требует применения современных математических методов, в частности применения линейного программирования.

Процесс смешивания дизельного топлива трубет осуществления рецептур, качественно соответствующих, по крайней мере, следующим характеристикам: плотности при 15°С, дизельному числу и цвету «Юнион».

Функция эффективности представляется следующей:

$$\max/\min F = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i$$

где $c_i$ представляет собой прибыль или себестоимость в леях на тонну компонента $x_i$, причем ее оптимизация происходит в ограничительных условиях II.

В статье приводится и конкретный пример.